

Valentín V. Petrov

Ernesto Mordecki

# TEORÍA DE LA PROBABILIDAD

Facultad de Ciencias

DIRAC – 2008

*Los conceptos vertidos en los libros editados por la Facultad de Ciencias de la Universidad de la República, son de responsabilidad de sus autores. Su edición no implica que dichos conceptos sean compartidos por las mencionadas instituciones.*

*La publicación de este libro fue realizada con el apoyo de la  
Comisión Sectorial de Investigación Científica (CSIC)  
de la Universidad de la República.*

*Petrov, Valentín*

*Teoría de la Probabilidad / Valentín Vladímirovich Petrov,  
Ernesto Mordecki Pupko. – 2a. ed. –  
Montevideo: DIRAC, 2008.*

272 pp. : 12 il.

Bibliografía p. 267

ISBN: 978-9974-0-0433-7

1. PROBABILIDAD 2. PROCESOS ESTOCÁSTICOS

60-01

AMS MSC2000

Imagen de tapa: “Distribuciones Gaussianas II” de Anatoly T. Fomenko  
(cortesía del autor)

Diseño de tapa: Alejandro Crosa

Asistente de edición: Gabriel Santoro

Publicado por DIRAC – Facultad de Ciencias – Universidad de la República

Calle Iguá 4225 casi Mataojo – Montevideo – Uruguay

Tel. (0598 2) 525 17 11 – Fax (0598 2) 525 86 17 – e-mail: [dirac@fcien.edu.uy](mailto:dirac@fcien.edu.uy)

© de la primera edición: Editorial URSS, 2002.

© de la segunda edición: DIRAC – Facultad de Ciencias, 2008.

*A Valentina y Rosana*



# Prólogo

La literatura dedicada a la enseñanza de la teoría de la probabilidad es muy extensa; existen numerosos libros de texto, excelentemente escritos, para lectores con diferentes niveles de formación en matemática. Entre estos textos, podemos destacar los escritos por Borovkov [1], Feller [2], Gnedenko [3], Gut [4], Ross [6], y Shiryaev [7], incluidos en la bibliografía al final de este libro. Sin embargo, la literatura dedicada a esta temática en idioma español es escasa, y tenemos la esperanza de que la presente publicación llenará este vacío, en alguna medida.

Este libro contiene un primer curso de teoría de la probabilidad, basado en cursos dictados por ambos autores, a lo largo de muchos años, en la Universidad de San Petersburgo (Rusia) y en la Universidad de la República (Montevideo, Uruguay). En el proceso de su preparación se han tenido en cuenta especialmente los intereses de lectores con diferentes niveles de preparación matemática: el material contenido en el libro es perfectamente accesible para quienes hayan estudiado los temas de un curso habitual de cálculo diferencial e integral. Los lectores en esta situación, podrán restringirse a la consideración de variables aleatorias con distribuciones discretas o absolutamente continuas, que son las encontradas en las aplicaciones; se presta especial atención a estas dos clases de distribuciones. En particular, se presenta una exposición detallada de las nociones de esperanza matemática de una variable aleatoria, varianza de una variable aleatoria, esperanza condicional de una variable aleatoria con respecto de otra, y cuestiones relacionadas, para estas dos clases de distribuciones. Al mismo tiempo, y en forma independiente, se definen estas nociones en los términos habituales de la teoría de la medida e integración con respecto de medidas abstractas<sup>1</sup>. Esta segunda exposición está dirigida a estudiantes

---

<sup>1</sup>El lector interesado en tomar contacto con los elementos básicos de la teoría de la medida, y de la integración con respecto de medidas abstractas (análisis real), luego de un curso de cálculo diferencial e integral, podrá utilizar la excelente exposición en

de matemática o estadística, quienes encontrarán una presentación rigurosa, de interés, y actualizada de la disciplina. Cada capítulo se acompaña de un conjunto de ejercicios, ordenados según su grado de dificultad, y el lector no debe desanimarse si no resuelve todos los ejercicios. Se prestó especial cuidado en la presentación de las demostraciones de los teoremas, proposiciones y lemas, por lo que este libro puede utilizarse en forma autodidacta.

La iniciativa de realizar el presente libro correspondió a V. Petrov, quien escribió los 7 primeros capítulos. E. Mordecki escribió los últimos tres capítulos, y preparó el texto en español. Todo el material fue discutido y revisado en forma conjunta. Varias personas estuvieron involucradas, en diferentes formas, con la preparación de este libro. Walter Moreira preparó los gráficos y las tablas, y prestó invalorable ayuda en la preparación de la versión electrónica; Ricardo Fraiman e Isabel Cañete leyeron partes del manuscrito, sugiriendo mejoras y correcciones. A ellos nuestro agradecimiento. Un especial reconocimiento merecen Valentina y Rosana por su aliento, paciencia, y comprensión. Este libro fue posible gracias al apoyo del Centro de Matemática, la Comisión Sectorial de Investigación Científica (CSIC), y el Laboratorio de Probabilidad y Estadística, en la Universidad de la República; junto con el PEDECIBA–Matemática, y es el resultado de la colaboración científica entre nuestros países; tenemos la esperanza de que ayude a su fortalecimiento.

Los autores esperan que su trabajo resulte de utilidad a aquellas personas que estudian o enseñan teoría de la probabilidad.

Montevideo, abril de 2002.

V. Petrov, E. Mordecki.

En la presente segunda edición se han corregido algunas erratas y agregado las soluciones de algunos ejercicios. Alejandro Cholaquidis, Javier Correa, Fabián Croce, Nicolás Frevenza, Eusebio Gardella y Soledad Villar leyeron los diferentes capítulos aportando valiosas correcciones y sugerencias. Esta edición es posible gracias al apoyo del programa de publicaciones de la Comisión Sectorial de Investigación Científica de la Universidad de la República (CSIC).

Montevideo, noviembre de 2008.

V. Petrov, E. Mordecki.